


OBJECTIF

Validation de la loi des aires pour les mouvements à force centrale (deuxième loi de Kepler)

RESUME

Pour illustrer le mouvement à force centrale, on procède à la saisie du mouvement elliptique d'un corps pendulaire selon la méthode du marquage à poudre. Cette méthode consiste à créer une trace poudreuse avec des repères de temps dont la distance spatiale permet de relever directement la vitesse du corps pendulaire. Une analyse graphique simple montre en outre que l'aire balayée par le rayon vecteur du corps pendulaire par intervalle de temps est constante et qu'elle dépend par conséquent de la longueur du rayon vecteur.

EXERCICES

- Saisie de l'oscillation elliptique d'un pendule selon la méthode du marquage à poudre.
- Comparaison des vitesses du corps pendulaire à une distance minimale et maximale de la position de repos.
- Calcul de la surface balayée par le rayon vecteur du corps pendulaire par intervalle de temps à une distance minimale et maximale par rapport à la position de repos.

1
DISPOSITIFS NECESSAIRES

Nombre	Appareil	Référence
1	Ensemble d'appareils permettant un enregistrement selon le marquage à poudre	1000739
1	Pendule avec électrode d'enregistrement	1000780
2	Socle pour statif, trépied, 150 mm	1002835
2	Tige statif, 1000 mm	1002936
1	Tige statif, 750 mm	1002935
3	Noix universelle	1002830

GENERALITES

Une planète en mouvement autour du soleil conserve son moment cinétique, étant donné que la force exercée sur les planètes est toujours orientée vers le centre du mouvement. Il est permis d'en conclure que la trajectoire des planètes se trouve obligatoirement sur un plan fixe. On peut également en déduire la seconde loi de Kepler, également connue comme loi des aires, selon laquelle le rayon vecteur reliant une planète au Soleil balaye des aires égales en des temps égaux.

Le rapport exact entre la force centrale et la distance par rapport au centre de la force n'a pas d'incidence sur la validité de la loi des aires. Celle-ci fixe seulement la forme de l'orbite autour du centre de la force. La loi des aires est ainsi également valable pour les oscillations elliptiques d'un pendule autour de sa position de repos, aussi longtemps que son angle de déviation n'est pas trop important. Le mouvement du corps pendulaire se situe pour ainsi dire sur un plan horizontal (cf. fig. 1) et une force rétroactive s'exerce à chaque point de la trajectoire r

$$(1) \quad F = -\frac{m \cdot g}{d} \cdot r$$

g : Accélération de la chute,
 d : Longueur du pendule,
 m : Masse du corps pendulaire

dirigée vers la position de repos du pendule. Cette force ne modifie pas le moment cinétique

$$(2) \quad L = m \cdot r(t) \times \frac{\Delta r(t)}{\Delta t}$$

du corps pendulaire. L'aire balayée par le rayon vecteur $r(t)$ par intervalle de temps Δt

$$(3) \quad \Delta A = \frac{1}{2} |r(t) \times \Delta r(t)| = \frac{1}{2} \cdot r(t) \cdot \Delta r(t) \cdot \sin \alpha$$

est donc constante (cf. fig.2).

Au cours de l'expérience, le mouvement du corps pendulaire est enregistré selon la méthode du marquage à poudre. L'électrode d'écriture du pendule glisse sur une plaque isolée recouverte d'une fine poudre de soufre. Une tension alternant avec la fréquence de la tension alternative du secteur appliquée entre l'électrode d'écriture et la plaque provoque, suivant la polarité, l'attraction ou la répulsion électrostatique de la poudre de soufre. Ce faisant une trace poudreuse constituée de repères de temps est enregistrée, dont la distance spatiale permet de relever directement la vitesse du corps pendulaire.

EVALUATION

Dans un premier temps, on détermine sous forme de graphique le centre de la trace enregistrée et les points de la courbe de la trajectoire auxquels la distance par rapport au centre est la plus grande ou la plus petite. On détermine pour ces points de la courbe de trajectoire l'aire balayée par le rayon vecteur en 10 périodes d'oscillations de la tension alternative ; ce faisant, à des fins de simplification, on définit cette surface comme un triangle.

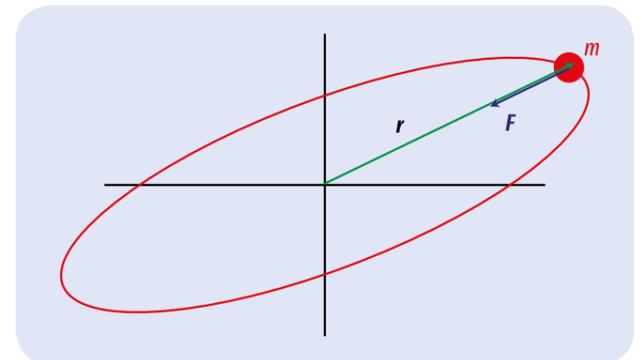


Fig. 1 Oscillation elliptique du corps pendulaire vue d'en haut

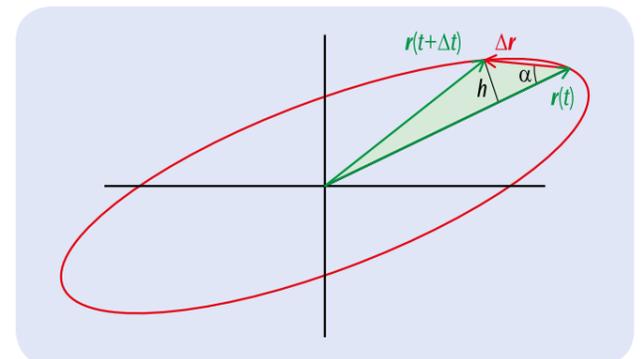
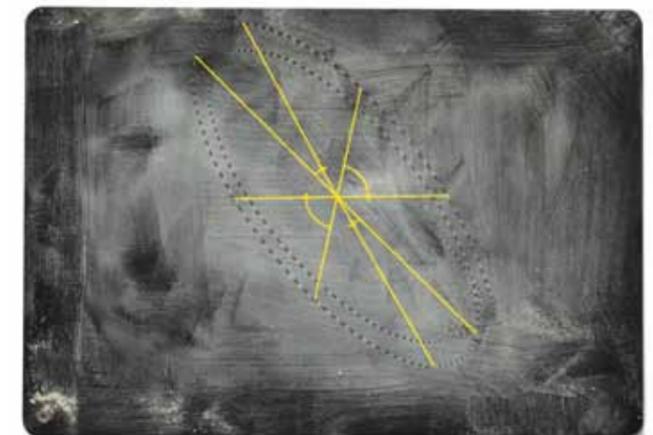

 Fig. 2 Aire balayée par le rayon vecteur du corps pendulaire dans l'intervalle de temps Δt


Fig. 3 Exemple de mesure avec évaluation