

**OBJECTIF**  
Déterminer la référence angulaire et le module de cisaillement

## EXERCICES

- Déterminer la référence angulaire de baguettes rondes en fonction de la longueur
- Déterminer la référence angulaire de baguettes rondes en fonction du diamètre
- Déterminer la référence angulaire de baguettes rondes de différents matériaux et déterminer le module de cisaillement

## RESUME

Pour qu'il puisse se déformer, un corps solide doit subir une force extérieure, à laquelle s'oppose une résistance qui dépend du matériau et de la géométrie du corps ainsi que de la direction de la force appliquée. La déformation est réversible et proportionnelle à la force appliquée, tant que celle-ci n'est pas trop forte. Un exemple souvent étudié est la torsion d'une baguette ronde homogène serrée d'un côté. On peut calculer par l'analyse sa résistance à la déformation et la déterminer en mesurant la durée d'oscillation après avoir monté un système oscillant constitué d'une baguette et d'un balancier.

## DISPOSITIFS NECESSAIRES

Nombre	Appareil	Référence
1	Appareil de torsion	1018550
1	Jeu d'extension pour l'appareil de torsion	1018787
1	Barrière photoélectrique	1000563
1	Compteur numérique (230 V, 50/60 Hz)	1001033 ou
	Compteur numérique (115 V, 50/60 Hz)	1001032

## GENERALITES

Pour qu'il puisse se déformer, un corps solide doit subir une force extérieure, à laquelle s'oppose une résistance qui dépend du matériau et de la géométrie du corps ainsi que de la direction de la force appliquée. La déformation est élastique, par conséquent réversible et proportionnelle à la force appliquée, tant que celle-ci n'est pas trop forte.

Un exemple souvent étudié est la torsion d'une baguette ronde homogène serrée d'un côté, car sa résistance à la déformation peut être calculée par l'analyse. Pour cela, coupez la baguette ronde en coupes radiales et cylindriques pour obtenir des segments de longueur  $L$ . La torsion de la baguette à l'extrémité libre dans un petit angle  $\psi$  entraîne le cisaillement de tous les segments avec un rayon  $r$  sans courbure dans un angle

$$(1) \quad \alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi$$

(Fig. 1). Il faut appliquer la tension de cisaillement

$$(2) \quad \tau_r = \frac{dF_{r,\phi}}{dA_{r,\phi}} = G \cdot \alpha_r$$

$G$  : module de cisaillement du matériau de la baguette

en exerçant la force partielle  $dF_{r,\phi}$  dans le sens tangentiel sur la surface frontale

$$(3) \quad \Delta A_{r,\phi} = r \cdot d\phi \cdot dr$$

du segment. On obtient

$$(4) \quad dF_{r,\phi} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\phi \cdot dr$$

qui permet de calculer aisément la force  $dF_r$  nécessaire à la torsion du cylindre creux de rayon  $r$  et d'angle  $\psi$  ainsi que le couple correspondant  $dM_r$  :

$$(5) \quad dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr$$

Pour la torsion du cylindre plein de rayon  $r_0$ , on applique

$$(6) \quad M = \int_0^{r_0} dM_r = D \cdot \psi \quad \text{avec} \quad D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L}$$

Il y a proportionnalité entre le couple  $M$  et l'angle de torsion  $\psi$ , c'est-à-dire que la référence angulaire  $D$  est constante, tant que le couple  $M$  n'est pas trop grand. Si les valeurs sont trop grandes, la déformation devient plastique et irréversible.

Dans l'expérience, pour déterminer la référence angulaire, on relie un balancier à l'extrémité fixe de la baguette et on l'oscille sur l'axe de torsion avec une durée d'oscillation

$$(7) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

$J$  : moment d'inertie du balancier

en évitant de trop fortes déviations. En connaissant le moment d'inertie, on peut calculer la référence angulaire à partir de la durée d'oscillation. Plus exactement, on répartit le moment d'inertie  $J_0$  du balancier et le moment d'inertie de deux masses supplémentaires  $m$ , qui sont agencées dans un rayon  $R$  autour de l'axe de torsion :

$$(8) \quad J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2$$

Puis, on mesure la durée d'oscillation  $T$  pour le balancier avec la masse supplémentaire ainsi que la durée d'oscillation  $T_0$  pour le balancier sans masses supplémentaires.

## EVALUATION

Pour la référence angulaire, on calcule l'équation de détermination à partir de (7) et (8).

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2}$$

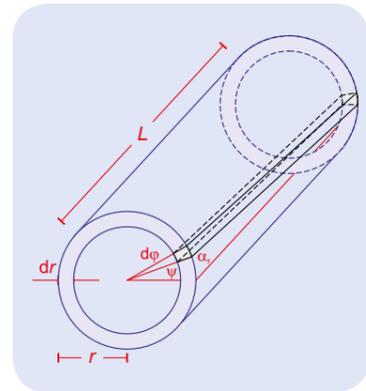


Fig. 1 : Représentation schématique permettant de calculer le couple  $dM_r$  requis pour la torsion d'un cylindre creux de longueur  $L$ , de rayon  $r$  et d'épaisseur de paroi  $d_r$ .

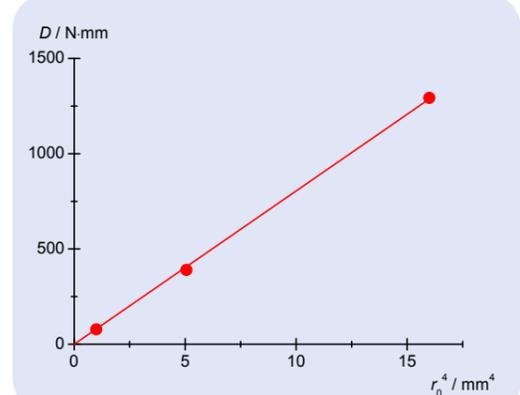


Fig. 2 : Référence angulaire de baguettes en aluminium de 500 mm de long en fonction de  $r_0^4$ .

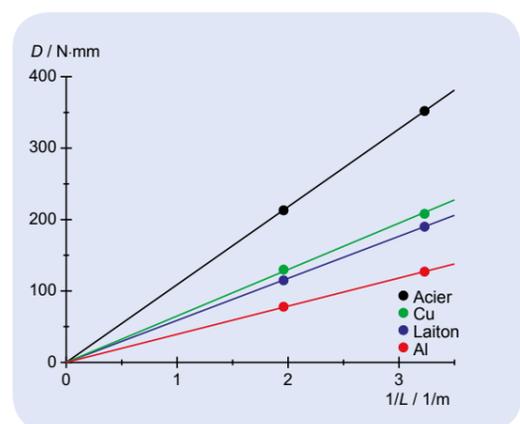


Fig. 3 : Référence angulaire des baguettes rondes en fonction de  $1/L$ .

Vous trouverez les informations techniques sur les appareils sur «3bscientific.com»

2