

Deuxième loi de Kepler

VALIDATION DE LA LOI DES AIRES POUR LES MOUVEMENTS A FORCE CENTRALE (DEUXIEME LOI DE KEPLER).

- Saisie de l'oscillation elliptique d'un pendule selon la méthode du marquage à poudre.
- Comparaison des vitesses du corps pendulaire à une distance minimale et maximale de la position de repos.
- Calcul de la surface balayée par le rayon vecteur du corps pendulaire par intervalle de temps à une distance minimale et maximale par rapport à la position de repos.

UE1030700

03/16 JS

NOTIONS DE BASE GENERALES

Une planète en mouvement autour du soleil conserve son moment cinétique, étant donné que la force exercée sur les planètes est toujours orientée vers le centre du mouvement. Il est permis d'en conclure que la trajectoire des planètes se trouve obligatoirement sur un plan fixe. On peut également en déduire la seconde loi de Kepler, également connue comme loi des aires, selon laquelle le rayon vecteur reliant une planète au Soleil balaye des aires égales en des temps égaux.

Le rapport exact entre la force centrale et la distance par rapport au centre de la force n'a pas d'incidence sur la validité de la loi des aires. Celle-ci fixe seulement la forme de l'orbite autour du centre de la force. La loi des aires est ainsi également valable pour les oscillations elliptiques d'un pendule autour de sa position de repos, aussi longtemps que son angle de déviation n'est pas trop important. Le mouvement du corps pendulaire se situe pour ainsi dire sur un plan horizontal (cf. fig. 1) et une force rétroactive s'exerce à chaque point de la trajectoire r

$$F = -\frac{m \cdot g}{d} \cdot r, \quad (1)$$

g : accélération de la chute, d : Longueur du pendule, m : masse du corps pendulaire

dirigée vers la positions de repos du pendule. Cette force ne modifie pas le moment cinétique

$$L = m \cdot r(t) \times \frac{\Delta r(t)}{\Delta t} \quad (2)$$

du corps pendulaire. L'aire balayée par le rayon vecteur $r(t)$ par intervalle de temps Δt

$$\Delta A = \frac{1}{2} \cdot |r(t) \times \Delta r(t)| = \frac{1}{2} \cdot r(t) \cdot \Delta r(t) \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

est donc constante (cf. fig. 2).

Au cours de l'expérience, le mouvement du corps pendulaire est enregistré selon la méthode du marquage à poudre.

L'électrode d'écriture du pendule glisse sur une plaque isolée recouverte d'une fine poudre de soufre. Une tension alternant avec la fréquence de la tension alternative du secteur appliquée entre l'électrode d'écriture et la plaque provoque, suivant la polarité, l'attraction ou la répulsion électrostatique de la poudre de soufre. Ce faisant une trace poudreuse constituée de repères de temps est enregistrée, dont la distance spatiale permet de relever directement la vitesse du corps pendulaire.

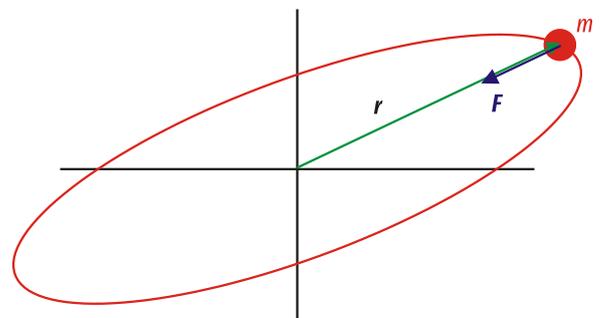


Fig. 1: Oscillation elliptique du corps pendulaire vue d'en haut

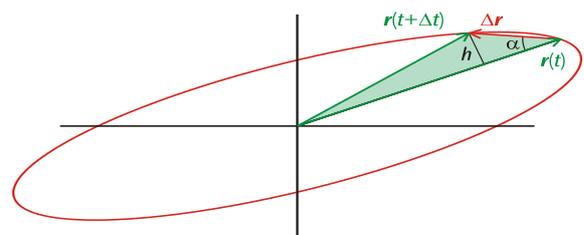


Fig. 2: Aire balayée par le rayon vecteur du corps pendulaire dans l'intervalle de temps Δt

LISTE DES APPAREILS

1 Kit d'appareils d'enregistrement par marquage à poudre	1000739 (U8400870)
1 Pendule avec électrode d'enregistrement	1000780 (U8405640)
2 Socle pour statif, trépied, 150 mm	1002835 (U13270)
2 Tige statif, 1000 mm	10002936 (U15004)
1 Tige statif, 750 mm	1002935 (U15003)
3 Noix universelle	1002830 (U13255)

MONTAGE



Fig. 3 : Agencement expérimental

- Fixez les longues tiges de statif verticalement aux socles pour statif de trépied et montez horizontalement la tige de statif plus courte sur leurs extrémités supérieures (cf. fig. 3).
- Répartissez une couche de poudre de soufre aussi fine et uniforme que possible sur toute la plaque d'enregistrement.
- Fixez la tige métallique à l'extrémité supérieure de la chaîne du pendule dans la troisième noix universelle permettant d'attacher le pendule.
- Placez la plaque d'enregistrement entre les deux socles pour statif de trépied et alignez le pendule au-dessus du milieu de la plaque d'enregistrement.
- Détachez le blocage de l'électrode d'enregistrement.
- En déplaçant verticalement la barre transversale et en faisant tourner la noix universelle autour de cette dernière, ajustez la hauteur du pendule afin que l'électrode d'enregistrement soit toujours en contact avec la plaque d'enregistrement, même si le pendule est élongé.

RÉALISATION

- Raccordez le transformateur au réseau.
- Branchez une fiche dans la prise de la plaque d'enregistrement et fixez la deuxième fiche électriquement conductrice à un socle pour statif.
- Poussez le corps de pendule pour qu'il forme une oscillation elliptique où les deux demi-axes se distinguent nettement de l'ellipse.
- Après l'enregistrement de une ou deux ellipses au maximum, arrêtez le corps de pendule, puis terminez l'enregistrement.

EXEMPLE DE MESURE

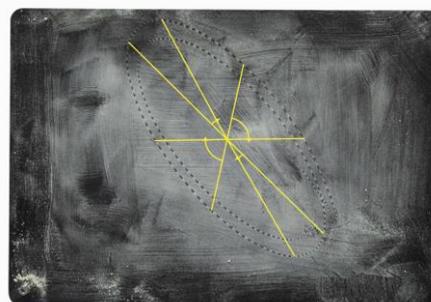


Fig. 4 : Trace du corps de pendule synchronisée sur la fréquence du secteur (marquées en jaune : les surfaces balayées par le rayon-vecteur pendant 10 périodes d'oscillation du rayon-vecteur et pour une distance minimale et maximale par rapport au centre)

EVALUATION

Dans un premier temps, on détermine sous forme de graphique le centre de la trace enregistrée et les points de la courbe de la trajectoire auxquels la distance par rapport au centre est la plus grande ou la plus petite (cf. fig.4).

On détermine pour ces points de la courbe de trajectoire l'aire balayée par le rayon vecteur en 10 périodes d'oscillations de la tension alternative (cf. fig.4); ce faisant, à des fins de simplification, on définit cette surface comme un triangle. Dans le cas de cette approximation, la courbure de la trajectoire a été négligée. Une deuxième approximation permettra de saisir le reste non encore enregistré sous forme de triangle avec le même côté de base g (cf. tableau 1).

Au cours de l'oscillation du pendule, la somme F des surfaces formées par les deux triangles de la première et de la deuxième approximation diminuera de plus en plus (cf. tableau 1), car le moment cinétique du corps de pendule diminue de plus en plus à la suite du frottement.

Tableau 1 : Déterminations des surfaces balayées par le rayon-vecteur pendant 10 périodes d'oscillation F

	1 ^{ère} approximation		2 ^{ème} approximation		Total
	g / mm	h_1 / mm	F_1 / mm^2	h_2 / mm	
37	125	2310	7	130	2440
87	53	2310	3	130	2440
34	122	2070	7	120	2190
82	51	2090	2	80	2170