Mouvements de rotation à accélération uniforme

CONFIRMATION DE L'EQUATION DU MOUVEMENT DE NEWTON

- Enregistrement point par point du diagramme d'angle de rotation et de temps d'un mouvement de rotation accéléré uniformément.
- Confirmation de la proportionnalité entre l'angle de rotation et le carré du temps.
- Confirmation de l'accélération angulaire en fonction du couple de rotation d'accélération et confirmation de l'équation du mouvement de Newton.
- Confirmation de l'accélération angulaire en fonction du moment d'inertie et confirmation de l'équation du mouvement de Newton.

UE1040101

03/16 JS

NOTIONS DE BASE GENERALES

La rotation d'un corps rigide sur un axe fixe peut être décrite par analogie aux mouvements de translation unidimensionnels. On remplace le parcours *s* par l'angle de rotation φ, la vitesse *v* par la vitesse angulaire ω, l'accélération *a* par l'accélération angulaire α, la force d'accélération *F* par le couple de rotation *M* attaquant le corps rigide et la masse inerte *m* par le moment d'inertie *J* du corps rigide sur l'axe de rotation.

Par analogie à l'équation de Newton sur les mouvements de translation, un corps rigide placé sur un pivot rotatif de moment d'inertie J subit l'accélération angulaire α si le couple de rotation est

$$M = J \cdot \alpha \qquad (1)$$

Si le couple de rotation est constant, le corps effectue un mouvement de rotation à une accélération angulaire constante.

Au cours de l'expérience, ce phénomène est étudié sur un système de rotation à très faibles frottements. Au moment $t_0 = 0$, la vitesse angulaire $\omega = 0$ est démarrée et tourne pendant le temps t dans un angle

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \qquad (2)$$

Fig. 1 : Agencement expérimental permettant d'examiner des mouvements de rotation à accélération uniforme

LISTE DES APPAREILS

1 Système de rotation sur coussinet d'air @ 230 V
1000782 (U8405680-230)
ou
1 Système de rotation sur coussinet d'air @ 115 V
1000781 (U8405680-115)

1 Capteur réflexe laser 1001034 (U8533380)

1 Compteur numérique @ 230 V 1001033 (U8533341-230)
ou
1 Compteur numérique @ 115 V 1001032 (U8533341-115)

Le couple de rotation *M* résulte de la force du poids d'une masse d'accélération m_M, qui s'attaque au corps dans un écart r_M avec l'axe de rotation.

$$M = r_M \cdot m_M \cdot g \qquad (3)$$

$g = 9{,}81 \dfrac{m}{s^2}$: accélération de la pesanteur

Si l'on ajoute à la barre porte-poids du système de rotation deux masses supplémentaires m_J dans un écart fixe r_J avec l'axe de rotation, le moment d'inertie augmente selon l'équation

$$J = J_0 + 2 \cdot m_J \cdot r_J^2 \qquad (4)$$

J_0: moment d'inertie sans masses supplémentaires

Plusieurs masses sont disponibles tant pour l'accélération que pour l'augmentation de l'inertie. En outre, les écarts r_M et r_J peuvent être variés. Ainsi l'accélération angulaire peut-elle être étudiée pour confirmer (1) en fonction du moment d'inertie et du couple de rotation.

MONTAGE

- Montez le système de rotation sur coussinet d'air conformément aux instructions d'utilisation et alignez-le horizontalement.
- Placez la plaque tournante avec la barre porte-poids et vissez la poulie tournante.
- Posez le capteur réflexe laser sur la console de l'unité de marche/arrêt.
- Appuyez le levier de déclenchement de l'unité de marche/arrêt vers le haut.
- Mettez la soufflante en marche et faites glisser l'unité de marche/arrêt avec ses aiguilles jusqu'au bord de la plaque tournante afin que cette dernière soit verrouillée.
- Faites tourner la plaque tournante afin que les aiguilles indiquent la position 0 degré.
- Raccordez l'unité de marche/d'arrêt à l'entrée Marche et raccordez le capteur réflexe laser à l'entrée Arrêt du compteur numérique, en respectant le codage couleur des douilles.
- Déplacez le capteur réflexe laser afin que la lumière tombe sur l'alésage de la position 0 degré située sur la plaque tournante.
- Réglez le commutateur de sélection du compteur numérique à Δt_{AB} / ms.

REALISATION

a) Enregistrement point par point d'un mouvement de rotation à accélération uniforme :

- Enroulez un cordon autour de la position moyenne de la poulie tournante (r_M = 10 mm) et accrochez des poids de charge d'une masse totale de 3 g (m_M = 3 g).
- Faites tourner la plaque tournante à l'angle de démarrage de 10 degrés.
- Déclenchez le mouvement de rotation en appuyant sur le levier et attendez jusqu'à ce que la mesure de temps du compteur numérique soit terminée.
- Relevez le temps t et portez-le dans le tableau 1.
- Réalisez également cette mesure du temps pour les angles $\varphi = 40$ degrés, 90 degrés et 250 degrés, et portez les résultats dans le tableau 1.

b) Détermination de l'accélération angulaire en fonction du couple de rotation accélérant :

Pour la mesure de l'accélération angulaire α en fonction des paramètres *M* et *J*, on mesure le temps *t*(90°) nécessaire pour une rotation de 90°. Dans ce cas :

$$\alpha = \frac{\pi}{t(90°)^2}$$

- Faites tourner la plaque tournante à l'angle de démarrage de 90 degrés.
- Accrochez le poids de charge avec la masse m_M = 1 g au cordon.
- Déclenchez le mouvement de rotation en appuyant sur le levier et attendez jusqu'à ce que la mesure de temps du compteur numérique soit terminée.
- Relevez le temps *t*(90°) et portez-le dans le tableau 2a.
- Réalisez également cette mesure du temps pour les masses m_M = 2 g, 3 g et 4 g, et portez les résultats dans le tableau 2a.
- Calculez les accélérations angulaires α à partir des temps mesurés, et portez les résultats dans le tableau 2a.
- Enroulez un cordon autour de la position la plus inférieure de la poulie tournante (r_M = 5 mm) et accrochez des poids de charge d'une masse totale de (m_M = 3 g).
- Déterminez le temps *t*(90°) nécessaire à une rotation de la plaque de 90 degrés, et portez le résultat dans le tableau 2b.
- Réalisez également cette mesure du temps pour le rayon r_M = 15 mm, et portez le résultat dans le tableau 2b.
- Calculez les accélérations angulaires α à partir des temps mesurés, et portez les résultats dans le tableau 2b.

c) Détermination de l'accélération angulaire en fonction du moment d'inertie :

- Enroulez un cordon autour de la position moyenne de la poulie tournante (r_M = 10 mm) et accrochez des poids de charge d'une masse totale de 3 g (m_M = 3 g).
- Déterminez le temps *t*(90°) nécessaire à une rotation de la plaque de 90 degrés, et portez le résultat dans le tableau 3.
- Accrochez symétriquement deux masses supplémentaires m_J = 50 g sur la barre porte-poids à une distance r_J = 30 mm.
- Déterminez le temps *t*(90°), et portez le résultat dans le tableau 3.
- Augmentez les distances r_J par incréments de 20 mm, déterminez les temps respectifs *t*(90°), et portez les résultats dans le tableau 3.

EXEMPLE DE MESURE

a) Enregistrement point par point d'un mouvement de rotation à accélération uniforme :

Tableau 1 : Angle de rotation φ et temps t d'un mouvement de rotation à accélération uniforme

φ	t / ms	φ	t / ms
0°	0	90°	3078
10°	1025	160°	4132
40°	2038	250°	5184

b) Détermination de l'accélération angulaire en fonction du couple de rotation accélérant :

Tab. 2a : Accélération angulaire α en fonction du couple de rotation M (calculé selon l'équation 3). Mesure pour un rayon constant r_M = 10 mm de la force d'application.

m_M / g	M / mN mm	t(90°) / s	α / rad/s²
1	98	5,2	0,12
2	196	3,8	0,22
3	294	3,1	0,33
4	392	2,6	0,46

Tab. 2b : Accélération angulaire α en fonction du couple de rotation M (calculé selon l'équation 3). Mesure pour une masse constante m_M = 3 g du poids de charge accroché.

r_M / mm	M / mN mm	t(90°) / s	α / rad/s²
5	147	4,4	0,16
10	294	3,1	0,33
15	441	2,5	0,50

c) Détermination de l'accélération angulaire en fonction du moment d'inertie :

Tab. 3 : Accélération angulaire α en fonction du moment d'inertie J (calculée selon l'équation, 4 avec J_0 = 0,873 g m²). Paramètres de mesure : m_M = 3 g, r_M = 10 mm, m_J = 50 g

r_J / mm	J / g m²	J_{ges} / g m²	t(90°) / s	α / rad/s²
0	0,000	0,873	3,098	0,33
30	0,090	0,963	3,277	0,29
50	0,250	1,123	3,46	0,26
70	0,490	1,363	3,857	0,21
90	0,810	1,683	4,276	0,17
110	1,210	2,083	4,724	0,14
130	1,690	2,563	5,231	0,11
150	2,250	3,123	5,778	0,09
170	2,890	3,763	6,307	0,08
190	3,610	4,483	6,93	0,07
210	4,410	5,283	7,481	0,06

EVALUATION

a) Enregistrement point par point d'un mouvement de rotation à accélération uniforme :

Première variante :

Calcul des rapports temporels pour les angles de rotation φ_0 = 10 degrés, φ_1 = 40 degrés, φ_2 = 90 degrés et φ_3 = 250 degrés

$$\frac{t(4\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{2038\text{ ms}}{1025\text{ ms}} = 2{,}0\,,\quad \frac{t(9\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{3078\text{ ms}}{1025\text{ ms}} = 3{,}0\,,$$

$$\frac{t(16\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{4132\text{ ms}}{1025\text{ ms}} = 4{,}0\,,\quad \frac{t(25\cdot\varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{5184\text{ ms}}{1025\text{ ms}} = 5{,}1$$

Dans le cadre de la précision de mesures, le rapport du comportement des temps est de 5 : 4 : 3 : 2 : 1 si le rapport du comportement des angles de rotation est de 25 : 16 : 9 : 4 : 1. La valeur de l'angle de rotation est donc proportionnelle au carré du temps : $\varphi \propto t^2$

Deuxième variante :

Portez les résultats de mesure dans un diagramme d'angle de rotation et de temps. L'ajustement d'une parabole aux valeurs mesurées confirme que l'angle de rotation φ n'est pas une fonction linéaire du temps t. (cf. Fig. 2) :

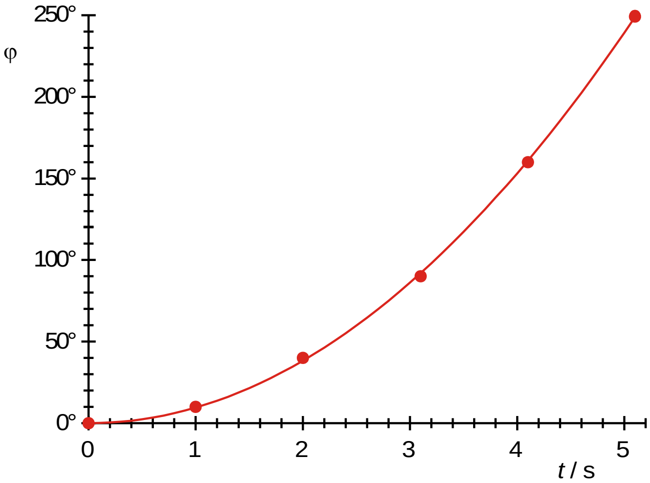

Fig. 2 Diagramme d'angle de rotation et de temps pour un mouvement de rotation à accélération uniforme

Linéarisation par la représentation de l'angle de rotation en fonction du carré du temps (cf. Fig. 3) :

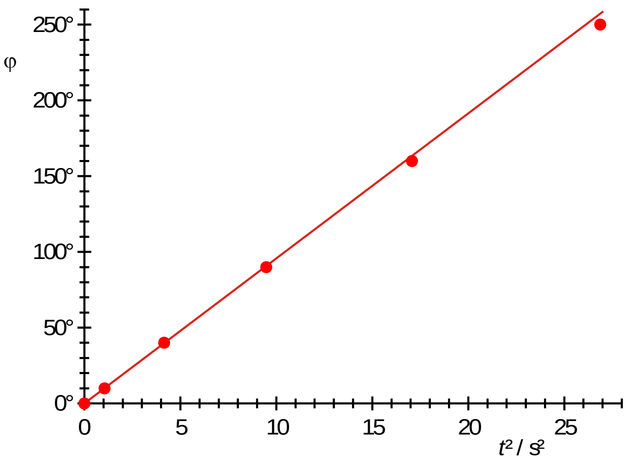

Fig. 3 : Angle de rotation en fonction du carré du temps

L'équation 2 confirme la correspondance des droites d'origine adaptées avec les valeurs mesurées. L'accélération angulaire se laisse calculer à partir de la pente de la droite *A* :

$$\alpha = 2 \cdot A = 18{,}68 \frac{\text{grd}}{s^2} = 0{,}326 \frac{\text{rad}}{s^2}$$

b) Détermination de l'accélération angulaire en fonction du couple de rotation accélérant :

Les données des tableaux 2a et 2b sont illustrées sur la figure 4 sous forme d'un diagramme d'angle de rotation et de couple de rotation. Dans le cadre de la précision de mesures, ces données sont conformes à la droite d'origine tracée

$$\alpha = \frac{1}{0{,}873\ \text{g m}^2} \cdot M\,.$$

Ce qui permet de confirmer l'équation 1.

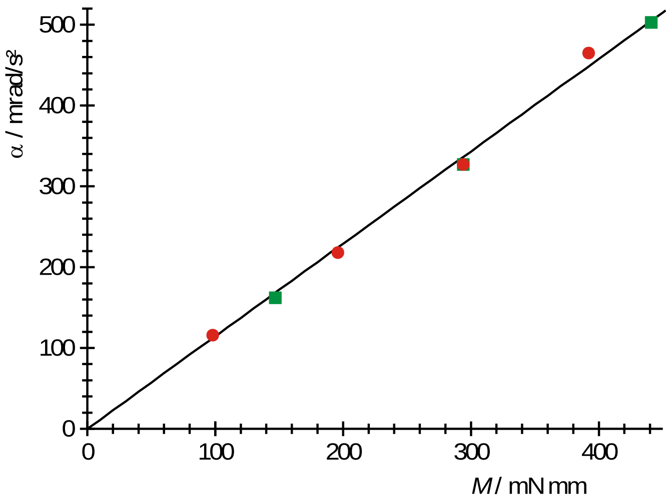

Fig. 4 : Accélération angulaire α en fonction du couple de rotation accélérant *M* (● : r_M = 10 mm, ■ : m_M = 3 g)

c) Détermination de l'accélération angulaire en fonction du moment d'inertie :

À partir de la pente de la droite d'origine illustrée sur la figure 4, nous calculons la valeur J_0 = 0,873 g m² pour le moment d'inertie de la plaque tournante avec la barre porte-poids. Cette valeur est prise en compte pour le calcul du moment d'inertie total *J* du tableau 3.

Les données du tableau 3 sont illustrées sur la figure 5 sous forme d'un diagramme d'angle de rotation et de moment d'inertie. Dans le cadre de la précision de mesures, ces données sont conformes à l'hyperbole tracée

$$\alpha = \frac{294\ \text{mN mm}}{J}\,.$$

Ce qui permet de confirmer l'équation 1.

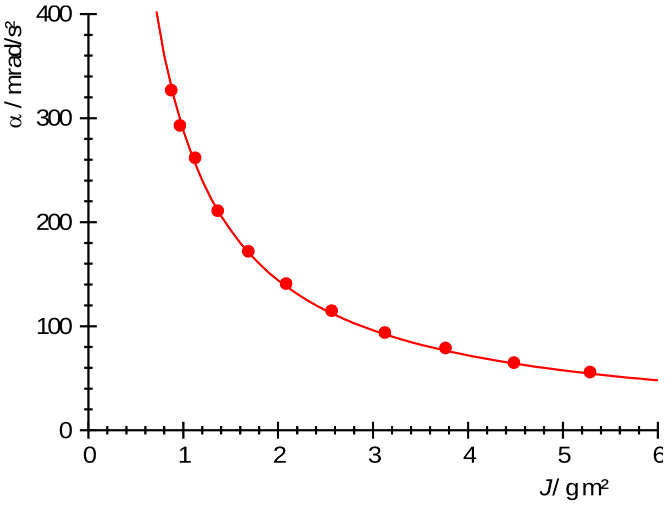

Fig. 5: Accélération angulaire α en fonction du moment d'inertie *J*