

Moment d'inertie

CONFIRMATION DU MOMENT D'INERTIE D'UNE BARRE PORTE-POIDS AVEC DES MASSES SUPPLEMENTAIRES.

- Détermination de la grandeur de référence angulaire D_r du ressort d'accouplement.
- Détermination du moment d'inertie J en fonction de l'écart r des poids par rapport à l'axe de rotation.
- Détermination du moment d'inertie J en fonction de la masse m des poids.

UE1040201

03/16 JS

NOTIONS DE BASE GENERALES

L'inertie d'un corps rigide par rapport à une modification de son mouvement de rotation sur un axe fixe est exprimée par le moment d'inertie J . Elle dépend de la répartition des masses dans le corps par rapport à l'axe de rotation et est d'autant plus grande que les écarts avec l'axe de rotation sont importants.

Ce phénomène est étudié dans une expérience à l'exemple d'une poulie tournante dotée d'une barre porte-poids sur laquelle sont fixés dans un écart r symétriquement par rapport à l'axe de rotation deux poids de masse m . Dans ce cas, le moment d'inertie s'élève à

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2 \quad (1)$$

J_0 : moment d'inertie sans les masses

Si la poulie tournante est reliée de façon élastique à un support au moyen d'un ressort cylindrique, le moment d'inertie peut être déterminé à partir de la durée d'oscillation de la poulie autour de sa position au repos. On a l'équation suivante :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}} \quad (2)$$

D_r : grandeur de référence angulaire du ressort cylindrique

En d'autres termes, la durée d'oscillation T est d'autant plus longue que le moment d'inertie J de la poulie tournante à barre porte-poids déterminé par la masse m et l'écart r est important.



Fig. 1 : Agencement expérimental permettant de déterminer le moment d'inertie selon la méthode de la vibration de torsion

LISTE DES APPAREILS

- 1 Système de rotation sur coussinet d'air @ 230 V
1000782 (U8405680-230)
- ou
- 1 Système de rotation sur coussinet d'air @ 115 V
1000781 (U8405680-115)
- 1 Complément au système de rotation sur coussinet d'air
1000783 (U8405690)
- 1 Capteur réflexe laser 1001034 (U8533380)
- 1 Compteur numérique @ 230 V 1001033 (U8533341-230)
- ou
- 1 Compteur numérique @ 115 V 1001032 (U8533341-115)

MONTAGE

- Montez le système de rotation sur coussinet d'air conformément aux instructions d'utilisation et alignez-le horizontalement.
- Placez la plaque tournante avec la barre porte-poids et vissez la poulie tournante.
- Posez le capteur réflexe laser sur la console de l'unité de marche/arrêt et raccordez-le à l'entrée Marche du compteur numérique.
- Mettez la soufflante en marche et faites glisser l'unité de marche/arrêt avec ses aiguilles jusqu'au bord de la plaque tournante afin que cette dernière soit verrouillée.
- Faites tourner la plaque tournante afin que les aiguilles indiquent la position 0 degré.
- Déplacez le capteur réflexe laser afin que la lumière tombe sur l'alésage de la position 0 degré située sur la plaque tournante.
- Montez la potence de support du jeu complémentaire sur le support du système de rotation sur coussinet d'air et fixez le manchon cruciforme à l'extrémité antérieure.
- Montez le ressort de raccordement 5 N dans le manchon cruciforme et coupez-le magnétiquement à la poulie tournante.
- Réglez le commutateur de sélection du compteur numérique à T_A / \triangle .

REALISATION

a) Mesure sans masses supplémentaires

- Déclenchez la vibration de torsion et appuyez sur la touche MARCHE.
- Relevez plusieurs valeurs pour la durée d'oscillation, et portez leur moyenne T dans la première ligne du tableau 1.

b) Mesure avec des masses supplémentaires

- Accrochez symétriquement deux masses supplémentaires $m = 50$ g sur la barre porte-poids à une distance $r = 30$ mm.
- Déterminez la moyenne de plusieurs valeurs pour la durée d'oscillation, et portez le résultat dans le tableau 1.
- Augmentez les distances r par incréments de 20 mm, déterminez chaque durée d'oscillation respective T , et portez les résultats dans le tableau 1.
- Enregistrez les séries de mesure analogiques pour les masses supplémentaires $m = 25$ et 12,5 g, et portez les résultats dans le tableau 1.

EXEMPLE DE MESURE

Tableau 1 : Tableau de mesures

m / g	r / cm	r^2 / cm^2	T / s	T^2 / s^2	$J / g m^2$
	0	0	6,002	36,02	0,89
50	3	9	6,310	39,81	0,98
50	5	25	6,807	46,34	1,14
50	7	49	7,485	56,02	1,38
50	9	81	8,320	69,22	1,70
50	11	121	9,237	85,32	2,10
50	13	169	10,238	104,81	2,58
50	15	225	11,294	127,54	3,14
50	17	289	12,402	153,81	3,78
50	19	361	13,538	183,26	4,51
50	21	441	14,683	215,59	5,30
25	3	9	6,149	37,81	0,93
25	5	25	6,411	41,10	1,01
25	7	49	6,770	45,83	1,13
25	9	81	7,230	52,28	1,29
25	11	121	7,772	60,40	1,48
25	13	169	8,365	69,97	1,72
25	15	225	9,009	81,15	2,00
25	17	289	9,711	94,29	2,32
25	19	361	10,423	108,64	2,67
25	21	441	11,174	124,87	3,07
12,5	3	9	6,074	36,90	0,91
12,5	5	25	6,203	38,48	0,95
12,5	7	49	6,399	40,95	1,01
12,5	9	81	6,653	44,27	1,09
12,5	11	121	6,950	48,30	1,19
12,5	13	169	7,303	53,33	1,31
12,5	15	225	7,673	58,88	1,45
12,5	17	289	8,078	65,25	1,60
12,5	19	361	8,522	72,62	1,79
12,5	21	441	8,995	80,91	1,99

ÉVALUATION

L'équation (2) permet de déduire l'équation pour le moment d'inertie :

$$J = D_r \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$$

Au départ, D_r est toutefois encore inconnu. C'est pourquoi nous faisons le calcul en utilisant l'équation de détermination :

$$D_r \cdot \frac{T^2 - T_0^2}{4\pi^2} = J - J_0 = 2 \cdot m \cdot r^2$$

et obtenons en utilisant les valeurs mesurées marquées en rouge dans le tableau de mesures :

$$\begin{aligned} D_r &= 2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2 - T_0^2} \\ &= 2 \cdot 50 \text{ g} \cdot 441 \text{ cm}^2 \cdot \frac{4\pi^2}{215,59 \text{ s}^2 - 36,02 \text{ s}^2} \\ &= 970 \frac{\text{mN} \cdot \text{mm}}{\text{rad}} \end{aligned}$$

Si cette valeur s'utilise dans l'équation de détermination, il est alors possible de calculer les mesures indiquées dans la dernière colonne du tableau de mesures

La figure 2 illustre les valeurs ainsi déterminées pour les moments d'inertie en fonction du carré de la distance r par rapport à l'axe pivotant. Les droites tracées présentent les pentes $2 \times 50 \text{ g}$, $2 \times 25 \text{ g}$ et $2 \times 12,5 \text{ g}$.

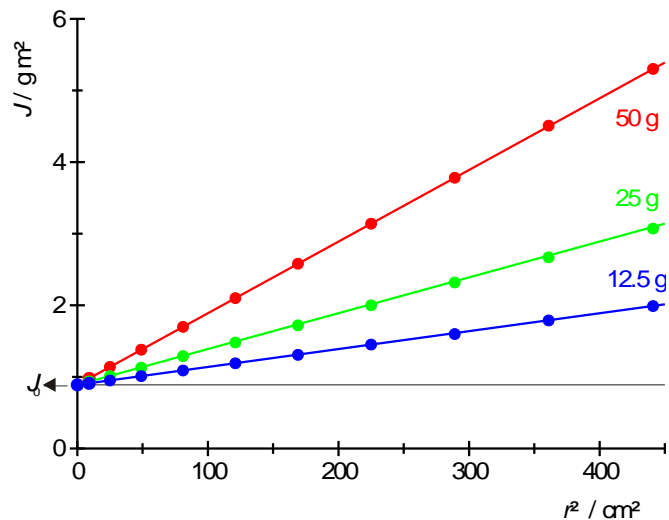


Fig. 2: Moment d'inertie J de la poulie tournante à barre porte-poids pour trois masses supplémentaires différentes m en fonction du carré de l'écart r par rapport à l'axe de rotation