Précession et nutation d'un gyroscope

ÉTUDE PAR L'EXPERIENCE DE LA PRECESSION ET NUTATION D'UN GYROSCOPE ET DETERMINATION DU MOMENT D'INERTIE

- **Confirmer la proportionnalité entre la fréquence de rotation f_R du disque tournant et le temps T_P d'une précession du gyroscope et déterminer le moment d'inertie à partir de la représentation graphique f_R (T_P).**
- **Confirmer la proportionnalité entre la fréquence de rotation f_R et la fréquence de nutation f_N par la représentation graphique f_N (f_R) et les temps correspondants T_R (T_N).**

UE1040500

07/16 UD

Fig. 1: Agencement de mesure pour la précession d'un gyroscope (sans masse supplémentaire)

NOTIONS DES BASE GENERALES

La toupie est un corps rigide qui tourne sur un axe en un point fixe. Si une force extérieure agit sur l'axe, le couple de rotation modifie l'impulsion de rotation. La toupie tourne alors dans le sens perpendiculaire à l'axe de la figure et à la force agissante. Ce mouvement est appelé précession. Si l'on touche une toupie tournant calmement, elle effectue des mouvements de basculement, appelés la nutation. Les deux mouvements se superposent généralement.

Au cours de l'expérience, on utilise un gyroscope dont le grand disque circulaire tourne avec peu de frottements autour d'un axe de rotation situé sur un point d'appui. Un contrepoids est ajusté de manière à ce que le point d'appui coïncide au centre de gravité. Si le gyroscope est en équilibre et que le disque tournant est mis en rotation, on observe une impulsion de rotation constante L :

(1) $L = I \cdot \omega_R$

I : moment d'inertie, ω_R : vitesse angulaire

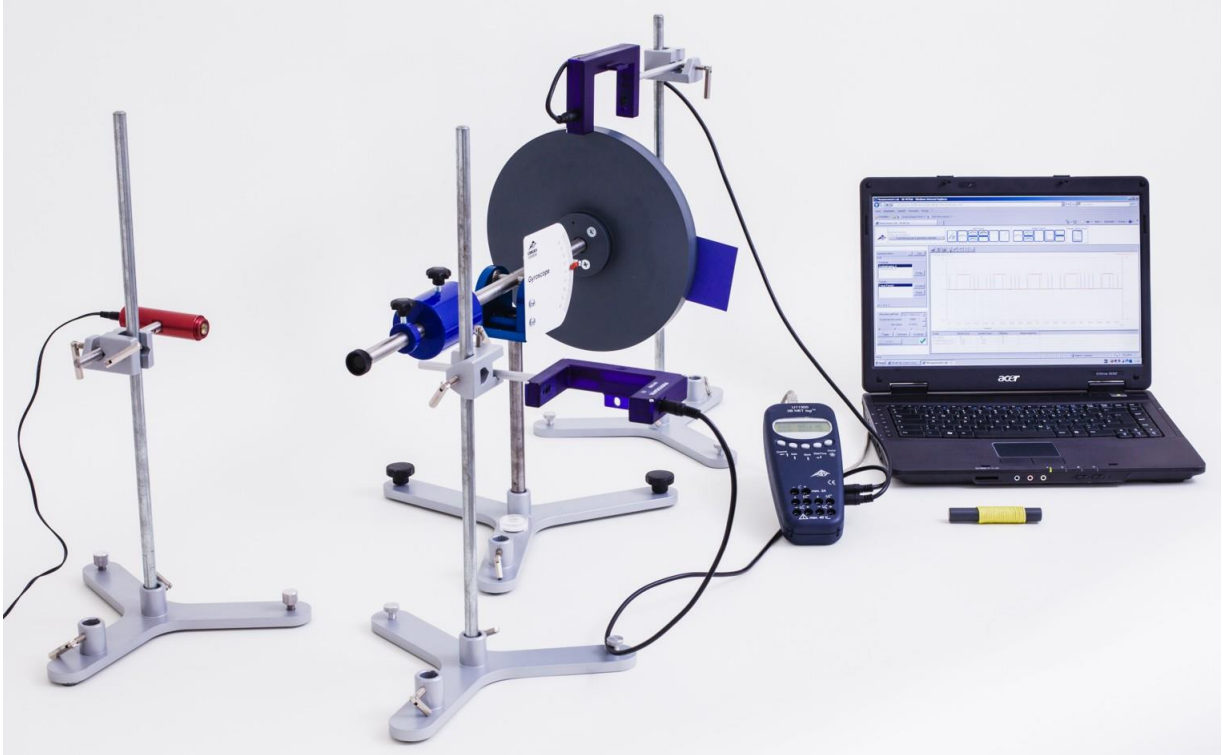

Fig. 2 Agencement de mesure pour la nutation d'un gyroscope.

Le moment d'inertie du disque tournante du gyroscope est donné par :

(2) $I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$

M : masse du disque, *R* : rayon du disque

Si l'axe de rotation est alourdi par une masse supplémentaire *m*, le couple de rotation τ provoqué par la force de poids supplémentaire modifie l'impulsion de rotation :

(3) $\tau = m \cdot g \cdot r = \frac{dL}{dt}$

r : écart entre le point d'appui de l'axe de rotation et le point d'attaque de la masse supplémentaire

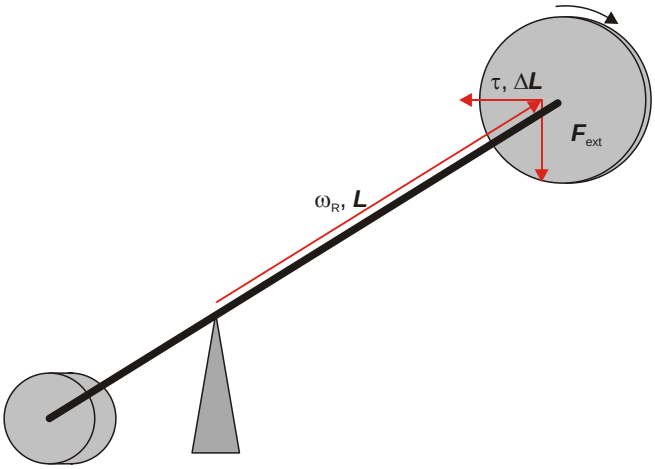

Fig. 3 Représentation schématique du gyroscope pour la précession

L'axe de rotation se déplace alors selon la Fig. 3 dans un angle

(4) $d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot dt}{L}$

et se trouve en précession. Il en résulte pour la vitesse angulaire du mouvement de précession :

(5) $\omega_P = \frac{d\phi}{dt} = \frac{m \cdot g \cdot r}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega_R}$

et avec $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$:

(6) $\frac{1}{T_R} = f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{I} \cdot T_P$

Si le disque tournant est mis en rotation sans subir de couple de rotation extérieur supplémentaire et que l'axe de rotation est dévié légèrement, le gyroscope effectue des mouvements de nutation. La vitesse angulaire de la nutation est directement proportionnelle à la celle de la rotation :

(7) $\omega_N = C \cdot \omega_R$ et $T_R = C \cdot T_N$

C : constante

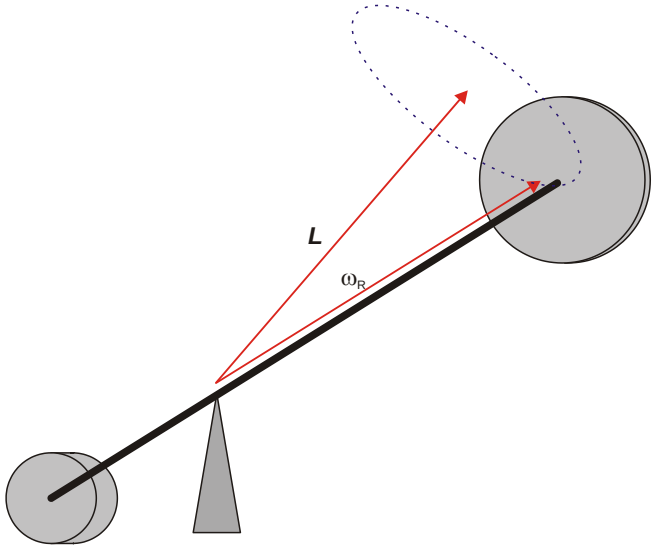

Fig. 4 Représentation schématique du gyroscope pour la nutation

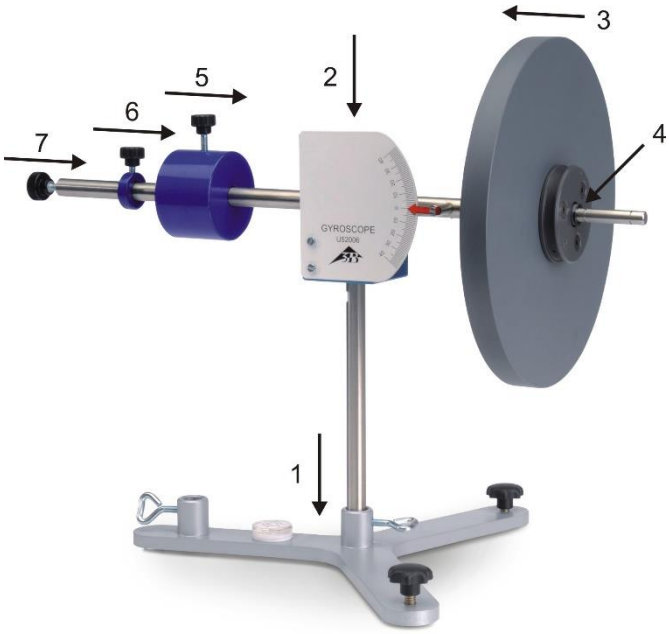

Fig. 5 Mise en service du gyroscope.

LISTE DES APPAREILS

1	Gyroscope	1000695 (U52006)
2	Barrière photoélectrique	1000563 (U11365)
1	Diode laser rouge	1003201 (U22000)
1	3B NET*log*™ @230V	1000540 (U11300-230)
ou		
1	3B NET*log*™ @115V	1000539 (U11300-115)
1	3B NET*lab*™	1000544 (U11310)
3	Socle pour statif, trépied, 150 mm (U13270)	1002835
3	Noix universelle	1002830 (U13255)
3	Tige statif, 750 mm	1002935 (U15003)

MISE EN SERVICE DU GYROSCOPE

- Placez le trépied sur un plan de travail exempt d'oscillations et ajustez-le horizontalement avec un niveau à bulle.
- Introduisez et fixez la tige statif dans le trépied (Fig. 5, 1).
- Placez la tête du rotor avec l'axe principal sur la tige statif (Fig. 5, 2).
- Glissez le disque tournant jusqu'en butée sur l'axe principal du gyroscope, de sorte que le tambour à câble soit écarté de la tête du rotor (Fig. 5, 3). Installez l'écarteur et fixer le disque tournant avec une rondelle (Fig. 5, 3). Dans un premier temps, dévissez entièrement la vis de réglage située à l'autre extrémité de l'axe principal.
- Glissez successivement la grande masse opposée et la petite masse de réglage sur l'autre extrémité de l'axe principal, puis remettez la vis de réglage dans l'axe principal (Fig. 5, 5,6,7). Glissez les masses opposée et de réglage de manière à ce que l'axe principal soit ajusté horizontalement (aiguille sur zéro de la graduation) et fixez chacune avec les vis de serrage. Le cas échéant, procédez à un réglage fin avec la vis de serrage.
- Fixez l'aiguille pour le disque tournant sur le disque à l'aide du ruban velcro comme le montrent les Fig. 1 et Fig. 2.

MONTAGE ET REALISATION

- Montez et positionnez les deux barrières lumineuses à l'aide du statif comme le montrent les Fig. 1 et Fig. 2 et, avec les câbles aux connecteurs 8 broches miniDIN, branchez-les aux entrées analogiques A et B de NET*log*™.

Note :
Lors de la mesure de la nutation, la barrière lumineuse qui relève la période de nutation n'est pas exploitée en mode « barrière lumineuse interne », mais en mode « barrière lumineuse laser ». Celui-ci est activé par la fermeture du diaphragme mécanique et le laser à diodes est orienté à l'orifice latéral de la barrière lumineuse.

- Allumez l'ordinateur et démarrez 3B NET*lab*™. Avec le câble USB, branchez 3B NET*log*™ à l'ordinateur et allumez-le. Dans 3B NET*lab*™, sous « Geräteanschluss » (« Connexion d'appareils »), cliquez sur le bouton « Test » pour vérifier la connexion.
- Configurez les entrées analogiques A et B dans 3B NET*lab*™ sur 20 V DC et confirmez en cliquant sur le bouton « Eingänge OK » (« Entrées OK »).
- Réglez les paramètres

  Intervalle de mesure/Taux : 10 ms 100 Hz Osz
  Nombre de valeurs de mesure : 10000
  Durée de mesure : 01:40,0 s

  et confirmez en cliquant sur le bouton « Parameter OK » (« Paramètres OK »).
- Pour mesurer la précession comme masse supplémentaire, accrochez le porte-masse avec les trois masses coulissantes dans le trou situé à l'extrémité avant de l'axe principal.

- Pour mesurer la nutation, n'accrochez pas de masse supplémentaire.
- Enfichez la douille métallique du fil de lancement dans le trou situé sur le tambour à câble et enroulez le fil de lancement.
- Cliquez sur le bouton « Starten » (« Démarrer ») dans 3B NET*lab*™ pour commencer l'enregistrement des valeurs de mesure.
- Tenez d'une main l'extrémité arrière de l'axe principal et de l'autre la poignée du fil de lancement. Mettez le disque tournant en rotation en tirant fortement et de façon régulière et rapide sur le fil de lancement, puis relâchez immédiatement l'axe principal.

Notes :

Lorsque vous tirez dessus, gardez le fil de lancement sous tension jusqu'à ce qu'il soit entièrement déroulé. Sinon, il risque de s'emmêler dans le tambour à câble tournant.

Le cas échéant, procédez à deux au démarrage de la mesure dans 3B NET*lab*™ et à la mise en rotation du disque tournant.

Veillez à ce que le gyroscope reste à peu près à l'horizontale pendant la procédure.

- Pour mesurer la nutation, déclenchez-la en frappant légèrement par le côté sur l'axe du gyroscope.

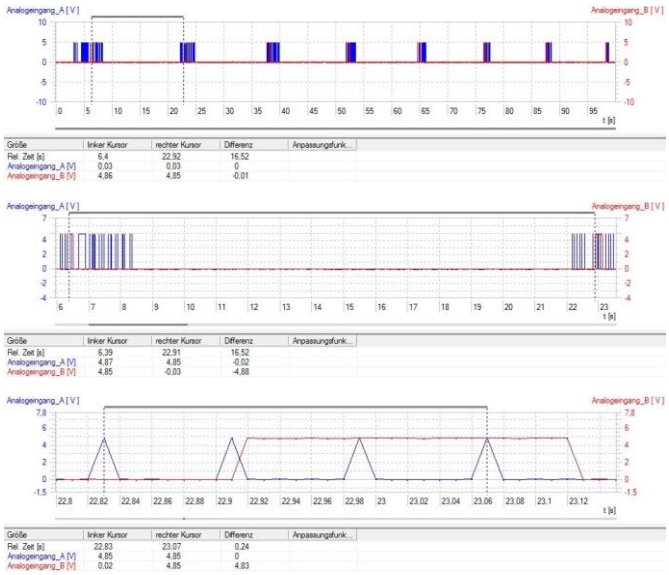

Fig. 6 Précession du gyroscope. Courbe de temps enregistrée (haut) ainsi que détermination du temps de précession T_P (milieu) et de rotation T_R (bas) dans 3B NET*lab*™.

EXEMPLE DE MESURE ET EVALUATION

Masse *M* du disque tournant :	1,5 kg
Rayon *R* du disque tournant :	12,5 cm
Masse supplémentaire *m* :	150 g
Écart entre le point d'appui de l'axe de rotation et le point d'attaque de la masse supplémentaire *r*	22,5 cm

Les Fig. 6 (haut) et Fig. 7 (haut) montrent des résultats type pour la mesure de précession et de nutation dans 3B NET*lab*™ conformément aux agencements selon les Fig. 1 et Fig. 2.

- Déterminez les temps de précession, de nutation et de rotation T_P, T_N et T_R par les courbes de temps enregistrées des impulsions.

Dans les Fig. 6 et Fig. 7, l'entrée analogique A (bleue) correspond à la courbe du signal de rotation et l'entrée analogique B (rouge) celle du signal de précession / nutation.

Avec les curseurs, on peut lire directement le temps de précession comme temps entre deux impulsions. On obtient par ex. pour la première période de la précession de la Fig. 6 (milieu) T_P = 16,52 s.

Le temps de nutation peut également être lu directement à l'aide des curseurs (Fig. 7, milieu). Pour cela, on identifie dans le signal des zones contenant au moins trois impulsions successives d'à peu près même longueur. Comme une période de nutation correspond à trois assombrissements successifs de la barrière lumineuse, le temps de nutation correspond au temps entre les première et troisième impulsions. On obtient par ex. pour la première période de la nutation de la Fig. 7 (milieu) T_N = 1,64 s.

Le temps de rotation est déterminé à partir de plusieurs impulsions successives, dans les mêmes zones dans lesquelles ont été déterminés auparavant les temps de précession et de nutation correspondants.

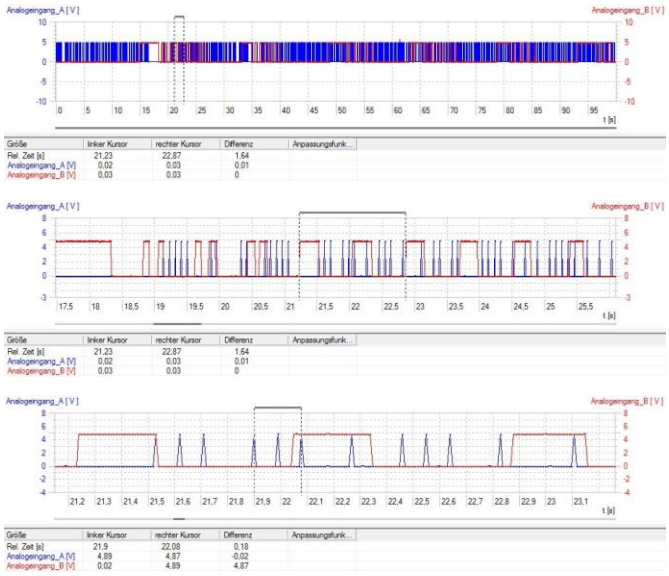

Fig. 7 Nutation du gyroscope. Courbe de temps enregistrée (haut) ainsi que détermination du temps de nutation T_N (milieu) et de rotation T_R (bas) dans 3B NET*lab*™.

On obtient par ex. pour la période de rotation correspondant à la première période de précession de la Fig. 6 (bas) T_R = 0,24 s / 3 = 0,08 s, pour la période de rotation correspondant à la première période de nutation de la Fig. 7 (bas) T_R = 0,18 s / 2 = 0,09 s.

- Notez les temps déterminés dans les Tab. 1 et 2.

Tab. 1 : Précession du gyroscope. Temps de précession T_P et temps de rotation T_R déterminés par la mesure ainsi que fréquences de rotation f_R qui en résultent par le calcul.

T_P / s	T_R / s	f_R / Hz
16,52	0,08	12,50
15,31	0,09	11,11
14,17	0,10	10,00
12,68	0,11	9,09
11,06	0,12	8,33
10,63	0,13	7,69

Tab. 2 : Nutation du gyroscope. Temps de nutation T_N et temps de rotation T_R déterminés par la mesure.

T_N / s	T_R / s
1,64	0,09
1,78	0,10
1,99	0,11
2,19	0,12
2,35	0,13

- À partir des temps de rotation dans le Tab. 1, calculez les fréquences de rotation et notez-les également dans le Tab. 1.
- Tracez les fréquences de rotation contre les temps de précession dans un diagramme et adaptez une droite (Fig. 8).
- À partir de la pente de la droite *a* et selon l'équation (6), déterminez le moment d'inertie du disque tournant :

$$f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{4 \cdot \pi^2 \cdot I} \cdot T_P = a \cdot T_P \Rightarrow$$

$$I = \frac{m \cdot g \cdot r}{4 \cdot \pi^2 \cdot a} = \frac{0{,}15\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}225\,\text{m}}{4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}73\,\frac{1}{\text{s}^2}} \,.$$

$$= 0{,}0115\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

- Déterminez le moment d'inertie du disque tournant selon l'équation (2) :

$$I = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5\,\text{kg} \cdot (0{,}125\,\text{m})^2 = 0{,}0117\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 \,.$$

Compte tenu de leur erreur de mesure relative d'environ 1,5 %, les valeurs correspondent très bien.

- Tracez les temps de rotation du Tab. 2 contre les temps de nutation dans un diagramme et adaptez une droite passant par l'origine (Fig. 9).

La proportionnalité directe entre la période de nutation et de rotation selon l'équation (7) est confirmée.

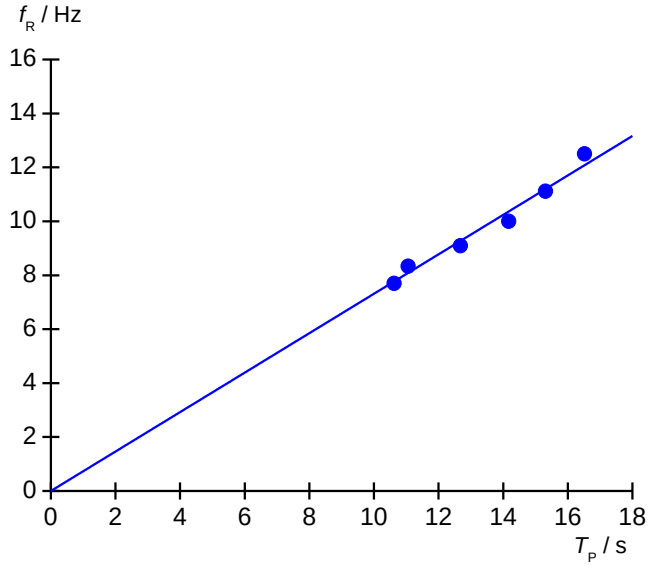

Fig. 8 Fréquence de rotation f_R du disque tournant en fonction du temps de précession T_P.

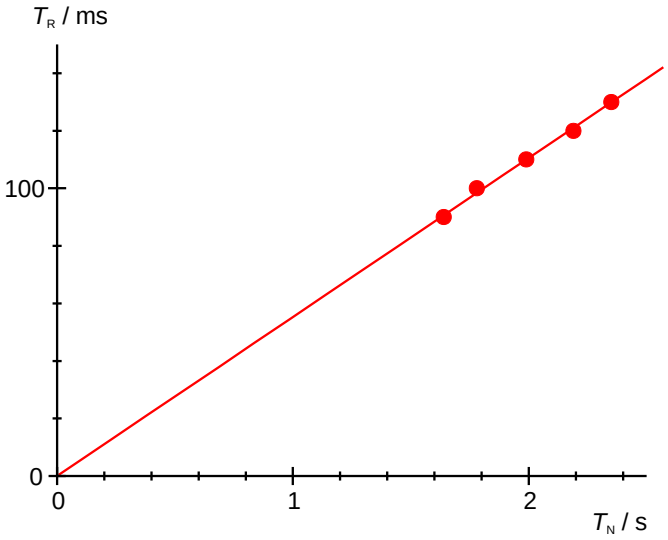

Fig. 9 Temps de rotation T_R en fonction du temps de nutation T_N.

© Copyright 2016 3B Scientific GmbH