

Oscillations harmoniques

MESURE DES OSCILLATIONS D'UN PENDULE ÉLASTIQUE VERTICAL AU MOYEN D'UN CAPTEUR DE MOUVEMENT À ULTRASONS

- Détermination statique des constantes de ressort k pour différents ressorts hélicoïdaux.
- Enregistrement de l'oscillation harmonique d'un pendule élastique vertical en fonction du temps au moyen d'un capteur de mouvement à ultrasons.
- Mesure de la période d'oscillation T pour différentes combinaisons de constantes de raideur k du ressort et de masses m .

UE1050311

09/15 UD



Fig. 1 : Ensemble de mesures

NOTIONS DE BASE GÉNÉRALES

Les oscillations sont générées lorsqu'un système écarté de sa position d'équilibre est renvoyé par une force excitatrice dans cette même position d'équilibre. On parle d'oscillation harmonique lorsque la force de rappel du système est à tout moment proportionnelle à l'écart de la position d'équilibre. Les mouvements oscillants d'un pendule élastique vertical en sont un exemple classique, la force de rappel étant alors proportionnelle à

l'élongation du ressort. Cette proportionnalité entre l'élongation et la force de rappel du ressort est décrite par la loi de Hooke.

La relation entre l'élongation x et la force de rappel F est donc régie par l'équation

$$(1) \quad F = -k \cdot x \quad \text{avec}$$

k : constante de raideur du ressort

Par conséquent, pour une masse m accrochée au ressort cylindrique, l'équation du mouvement est de la forme

$$(2) \quad m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0,$$

tant que la masse du ressort elle-même ainsi qu'une éventuelle force de frottement sont négligeables.

En règle générale, la solution à l'équation de mouvement s'écrit :

$$(3) \quad x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right),$$

comme cela est confirmé par l'enregistrement des oscillations harmoniques d'un pendule élastique vertical en fonction du temps, au moyen d'un détecteur de mouvement à ultrasons et en adaptant une fonction sinusoïdale aux données de mesure.

Le détecteur de mouvements à ultrasons mesure la distance entre la masse accrochée au pendule et le détecteur. Par conséquent, mis à part un décalage du point zéro qui peut être compensé par calibration, la grandeur de mesure correspond directement à la valeur $x(t)$ observée dans l'équation 3.

La période d'oscillation T est définie comme l'intervalle entre deux points où une onde sinusoïdale traverse l'axe zéro dans le même sens. À partir de l'équation (3), on obtient :

$$(4) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Afin de vérifier l'équation (4), on réalise des mesures avec différentes combinaisons de masse m et de constante de raideur k du ressort, puis on détermine la période d'oscillation en mesurant l'écart entre les deux points où une courbe traverse l'axe zéro dans les données enregistrées ou en adaptant l'équation (3). Les constantes de ressort sont en outre déterminées par des mesures statiques et comparées avec les constantes de ressort des mesures dynamiques.

LISTE DES APPAREILS

1 Jeu de 5 ressorts cylindriques (Loi de Hooke)	U40816	1003376
1 Jeu de masses à fente, 10 x 10 g	U30031	1003227
1 Jeu de masses à fente, 5 x 50 g	U30033	1003229
1 Socle pour statif, trépied, 150 mm	U13270	1002835
1 Tige statif, 1000 mm	U15004	1002936
1 Noix de serrage avec crochet	U13252	1002828
1 Capteur de mouvement à ultrasons	U11361	1000559
1 3B NET/ab™	U11310	1000544
1 3B NET/log™	U11300	1000539/40
1 Décamètre à ruban de poche, 2 m	U10073	1002603

MONTAGE ET REALISATION

Note :

L'expérience est par exemple effectuée pour un pendule à ressort dont les ressorts hélicoïdaux ont une spécification nominale $k = 2,5, 5$ et 25 N/m.

Mesure statique

- Mettre en place le dispositif de mesure comme dans Fig. 1.
- Suspendre l'un des ressorts hélicoïdaux pour loi de Hooke (nominal $k = 2,5, 5, 10, 15$ et 25 N/m) au manchon avec crochet.
- Selon l'épaisseur des ressorts hélicoïdaux, suspendre à la suite les poids du jeu de poids à fente 10×10 g ou 5×50 g dans le ressort hélicoïdal, mesurer la déviation s à l'aide du mètre à ruban et reporter les mesures dans Tab. 1.

Note :

Les supports des jeux de poids à fente s'ajoutent aux dix poids de 10 g ou aux cinq de 50 g.

- Répéter les mesures pour les autres ressorts hélicoïdaux.

Mesure dynamique

- Mettre en place le dispositif de mesure comme dans Fig. 1.
- Suspendre l'un des ressorts hélicoïdaux pour loi de Hooke (nominal $k = 2,5, 5, 10, 15$ et 25 N/m) au manchon avec crochet.
- Retirer les quatre poids de 50 g du jeu de poids à fente 5×50 g du support. Suspendre le support dans le ressort hélicoïdal.
- Placer le capteur de mouvement à ultrasons précisément sous le ressort hélicoïdal avec le support suspendu.
- Brancher le capteur de mouvement à ultrasons à l'aide du câble miniDIN à l'entrée analogique A ou B du 3B NET/log™. Allumer le 3B NET/log™ et attendre la détection du capteur.
- Démarrer l'ordinateur et le logiciel 3B NET/ab™. Connecter le 3B NET/log™ à l'ordinateur. Configurer l'entrée comme décrit dans le mode d'emploi du logiciel 3B NET/ab™.
- Saisir intervalle de mesure/taux, nombre de valeurs mesurées et durée de mesure (par ex. 5ms/200Hz Osc, 1000, 5,0s).
- Décaler légèrement le pendule à ressort, le relâcher et démarrer la mesure en cliquant simultanément sur le bouton « Démarrer » du logiciel 3B NET/ab™.
- Enregistrer les données d'oscillation.
- Suspendre à la suite les quatre poids de 50 g dans le support et répéter à chaque fois la mesure.
- Répéter les mesures pour les autres ressorts hélicoïdaux.

EXEMPLE DE MESURE

Mesure statique

Tab. 1 : Déviations s du ressort hélicoïdal à spécification nominale $k = 2,5 \text{ N/m}$ avec différentes masses suspendues m .

m / g	s / cm
10	3,2
20	7,2
30	11,2
40	15,4
50	19,7
60	23,7
70	27,7
80	31,7
90	36,0
100	40,0

Tab. 2 : Déviations s du ressort hélicoïdal à spécification nominale $k = 5 \text{ N/m}$ avec différentes masses suspendues m .

m / g	s / cm
10	0,9
20	3,0
30	4,7
40	6,2
50	7,9
60	9,4
70	10,9
80	12,5
90	14,0
100	15,7

Tab. 3 : Déviations s du ressort hélicoïdal à spécification nominale $k = 25 \text{ N/m}$ avec différentes masses suspendues m .

m / g	s / cm
50	1,4
100	3,2
150	5,0
200	6,9
250	8,7

Mesure dynamique

Fig. 2 montre les données d'oscillation enregistrées par le logiciel 3B NET/lab™ pour un pendule à ressort avec k nominale $= 5 \text{ N/m}$ et $m = 250 \text{ g}$. La zone de la courbe de mesure marquée par les lignes pointillées a été adaptée pour confirmation (3) d'une fonction sinus.

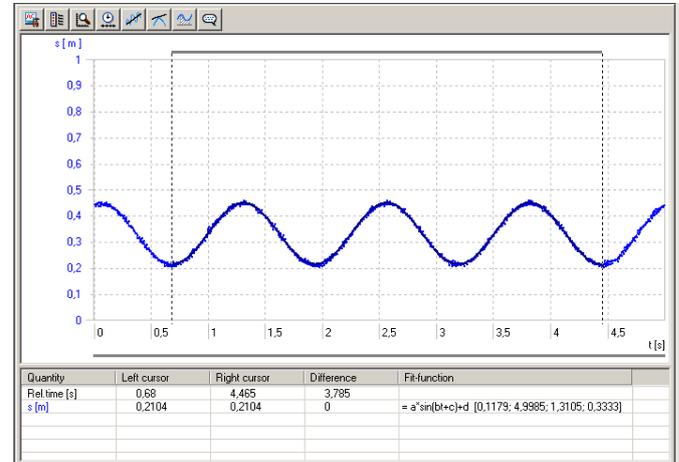


Fig. 2 : Données d'oscillation enregistrées après adaptation d'une fonction sinus. Les lignes pointillées indiquent la zone de l'adaptation.

ÉVALUATION

Mesure statique

La force du poids F_G est égale à la force du ressort F_F , c-à-d selon la loi de Newton et de Hooke :

$$F_G = m \cdot g = k_s \cdot s = F_F \Leftrightarrow s = \frac{g}{k_s} \cdot m = B \cdot m \quad (5)$$

$$B = \frac{g}{k_s} \Leftrightarrow k_s = \frac{g}{B}$$

- F_G : Force du poids
- m : Masse suspendue
- g : Accélération due à la gravité
- F_F : Force du ressort
- k_s : Constante de ressort
- s : Déviation du ressort

- Présenter de façon graphique les valeurs de mesure du Tab. 1, 2 et 3 (Fig. 3), adapter une ligne droite $s = B_s \cdot m$ aux points de mesure et utiliser l'équation (5) et la pente de la droite B_s pour déterminer la constante de ressort k_s .

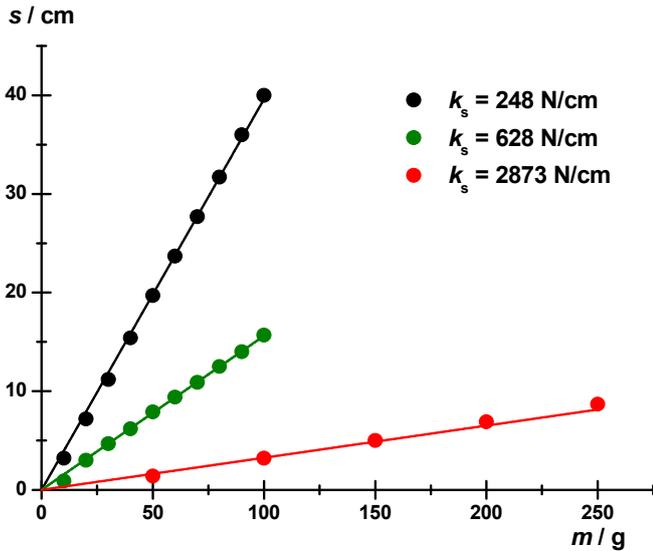


Fig. 3 : Déviation s comme fonction de m .

Mesure dynamique

- Déterminer la durée périodique T à partir des données d'oscillation enregistrées.
- Pour cela, lire le temps entre deux passages à zéro directement sur la courbe de mesure et la saisir dans les tableaux 4, 5 et 6. La durée périodique peut également être déterminée à l'aide de l'équation (4) issue de l'adaptation de l'équation (3) à la courbe de mesure.

Tab. 4 : Durées périodiques du pendule à ressort définies à partir des données d'oscillation enregistrées, avec ressort hélicoïdal à spécification nominale $k = 2,5$ N/m.

m / g	T / s	T^2 / s^2
50	0,937	0,877
100	1,308	1,710
150	1,503	2,258

Tab. 5 : Durées périodiques du pendule à ressort définies à partir des données d'oscillation enregistrées, avec ressort hélicoïdal à spécification nominale $k = 5$ N/m.

m / g	T / s	T^2 / s^2
50	0,584	0,341
100	0,810	0,656
150	0,992	0,983
200	1,143	1,305
250	1,262	1,592

Tab. 6 : Durées périodiques du pendule à ressort définies à partir des données d'oscillation enregistrées, avec ressort hélicoïdal à spécification nominale $k = 25$ N/m.

m / g	T / s	T^2 / s^2
50	0,289	0,084
100	0,398	0,158
150	0,482	0,232
200	0,553	0,305
250	0,619	0,384

L'équation (4) donne :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k_T} \cdot m = B_T \cdot m$$

(6)

$$B_T = \frac{4\pi^2}{k_T} \Leftrightarrow k_T = \frac{4\pi^2}{B_T}$$

- Présenter de façon graphique les valeurs de mesure du Tab. 4, 5 et 6 (Fig. 4), adapter une ligne droite $T^2 = B_T \cdot m$ aux points de mesure et utiliser l'équation (5) et la pente de la droite B_T pour déterminer la constante de ressort k_T .

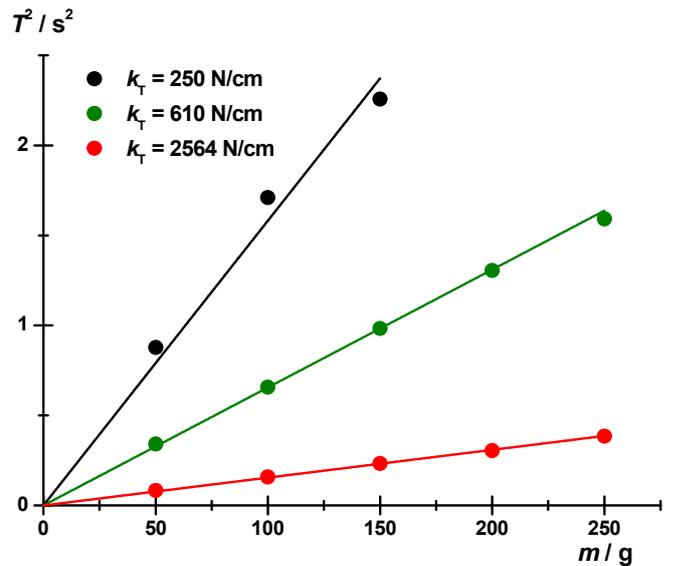


Fig. 4 : Carré de la durée périodique T^2 comme fonction de m .

- Insérer les constantes de ressort k_T issues des mesures dynamiques par rapport aux constantes de ressort k_S issues des mesures statiques et adapter une ligne sur les points de mesure (Fig. 5).

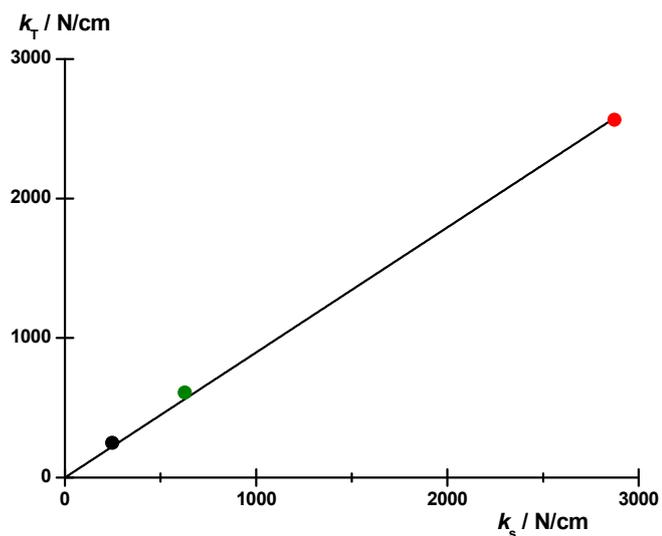


Fig. 5 : k_T comme fonction de k_s avec droite adaptée.

L'adaptation de la droite aux points de mesure dans Fig. 5 donne une pente de 0,9, c-à-d que les points de mesure sont proches de la bissectrice. La correspondance des constantes de ressort issues des mesures dynamiques et statiques est confirmée.